

Cours bio statistique \_ 1<sup>er</sup> année médecine

# LA LOI DE POISSON

*Dr Moussaoui Hiba  
Semep CHU Sétif*

# 1. GENERALITES

Issue de la loi binomiale

Une des deux modalités très rare

Intervalle de lieu de temps ou de volume

- Nombre d'accidents de travail par mois
- Nombre de malformations par année
- Nombre de globules blancs dans une solution

## 2. PARAMETRES DE LA LOI DE POISSON

$x$  : Nombre de sujets présentant la modalité

$$p = x / n$$

- Moyenne  $np$  ( $p$ )
- Variance  $npq$

$p$  tend vers 0 et  $q$  tend vers 1: - Variance  $np$  ( $p$ )

**Loi de poisson : un seul paramètre :**  
**Moyenne = Variance**

**Exemple :**

Loi de poisson

Nombre d'accidents de travail pour une catégorie d'ouvriers = 2 / mois

**Moyenne = 2**

Nombre d'accidents de travail pour une catégorie d'ouvriers = 5 / mois

**Moyenne = 5**

### 3. CALCUL DES FREQUENCES

Echantillon de n sujets

Nombre de sujets présentant la modalité x varie entre **0 et n**

Probabilités correspondantes ( fréquences simples) :

$$f(x) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}$$

e = 2,7183

# Table de la loi de poisson

Probabilité d'observer 3 accidents dans une distribution de poisson de moyenne 2:

$$e^{-2} \frac{2^3}{3!}$$

$$f(x) = \frac{e^{-2} 2^3}{3!} = 0,1804$$

Probabilité d'observer 5 accidents :

$$f(x) = \frac{e^{-2} 2^5}{5!} = 0,0361$$

r	λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6066	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679	
1	0,0906	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3669	0,3679	
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	0,1839	
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613	
4		0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153	
5			0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031	
6					0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	
7							0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	
8										0,0000	
r	λ	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
0	0,3329	0,3012	0,2725	0,2466	0,2231	0,2019	0,1827	0,1653	0,1496	0,1353	
1	0,3662	0,3614	0,3543	0,3452	0,3347	0,3230	0,3106	0,2975	0,2842	0,2707	
2	0,2011	0,2169	0,2303	0,2417	0,2510	0,2584	0,2640	0,2678	0,2700	0,2707	
3	0,0738	0,0867	0,0998	0,1128	0,1255	0,1378	0,1496	0,1607	0,1710	0,1804	
4	0,0203	0,0260	0,0324	0,0395	0,0471	0,0551	0,0636	0,0723	0,0812	0,0902	
5	0,0045	0,0062	0,0084	0,0111	0,0141	0,0176	0,0216	0,0260	0,0309	0,0361	
6	0,0008	0,0012	0,0018	0,0026	0,0035	0,0047	0,0061	0,0078	0,0098	0,0120	
7	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0020	0,0027	0,0034	
8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009	
9			0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	
10						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
11										0,0000	
r	λ	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3
0	0,1190	0,1100	0,1000	0,0907	0,0821	0,0740	0,0672	0,0609	0,0550	0,0496	0,0446
1	0,1000	0,2400	0,2000	0,2177	0,2052	0,1931	0,1815	0,1703	0,1596	0,1494	0,1404
2	0,0063	0,2681	0,2652	0,2613	0,2566	0,2510	0,2450	0,2384	0,2314	0,2240	0,2170
3	0,0000	0,1966	0,2033	0,2090	0,2138	0,2176	0,2205	0,2225	0,2237	0,2240	0,2240
4	0,0000	0,1082	0,1169	0,1254	0,1336	0,1414	0,1488	0,1557	0,1622	0,1680	0,1734
5	0,0000	0,0476	0,0538	0,0602	0,0668	0,0735	0,0804	0,0872	0,0940	0,1008	0,1074
6	0,0000	0,0174	0,0206	0,0241	0,0278	0,0319	0,0362	0,0407	0,0455	0,0504	0,0554
7	0,0000	0,0055	0,0068	0,0083	0,0099	0,0118	0,0139	0,0163	0,0188	0,0216	0,0246
8	0,0000	0,0015	0,0019	0,0025	0,0031	0,0038	0,0047	0,0057	0,0068	0,0081	0,0094
9			0,0005	0,0007	0,0009	0,0011	0,0014	0,0018	0,0022	0,0027	0,0031
10						0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0008	0,0009
11							0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
12								0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
13									0,0000	0,0000	0,0000
r	λ	2,5	3	4	4,5	5	5,5	6	7	8	9
0	0,0821	0,0498	0,0183	0,0111	0,0067	0,0041	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,2052	0,1494	0,0733	0,0500	0,0337	0,0225	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0004
2	0,2565	0,2240	0,1465	0,1125	0,0842	0,0618	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0024
3	0,2138	0,2240	0,1954	0,1687	0,1404	0,1133	0,0892	0,0621	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,1336	0,1600	0,1954	0,1898	0,1755	0,1558	0,1339	0,0912	0,0573	0,0337	0,0190
5	0,0663	0,1008	0,1563	0,1708	0,1755	0,1714	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0381
6	0,0270	0,0504	0,1042	0,1281	0,1462	0,1571	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0611
7	0,0099	0,0216	0,0595	0,0824	0,1044	0,1234	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0911
8	0,0031	0,0081	0,0298	0,0463	0,0653	0,0849	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1171
9	0,0009	0,0027	0,0132	0,0232	0,0363	0,0519	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1241
10	0,0002	0,0008	0,0053	0,0104	0,0181	0,0285	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1241
11	0,0000	0,0002	0,0019	0,0043	0,0082	0,0143	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1186
12		0,0001	0,0006	0,0016	0,0034	0,0065	0,0113	0,0263	0,0481	0,0728	0,1004
13			0,0000	0,0002	0,0006	0,0013	0,0028	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504

	2	
0 accidents	0,1353	<p><b>Valeurs critiques</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">0,0165</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">0,0045</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">0,0011</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">0,0002</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">0,0000</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0,0000</div>
1 accident	0,2707	
2 accidents	0,2707	
3 accidents	0,1804	
4 accidents	0,0902	
5 accidents	0,0361	
6 accidents	0,0120	
7 accidents	0,0034	
8 accidents	0,0009	
9 accidents	0,0002	
10 accidents	0,0000	
11 accidents	0,0000	

# 4. AJUSTEMENT D'UNE DISTRIBUTION OBSERVEE A UNE LOI DE POISSON

Distribution du nombre journalier d'accidents de la route pendant une durée de 98 jours

Nombre d'accidents par jour	Effectifs observés	Effectifs théoriques
0	40	39
1	35	36
2	15	17
3	6	5
4	2	1
<b>Total</b>	<b>98</b>	<b>98</b>

$$\text{Nombre moyen} = \frac{(40 \times 0) + (35 \times 1) + (15 \times 2) + (6 \times 3) + (2 \times 4)}{98} = 0,93$$

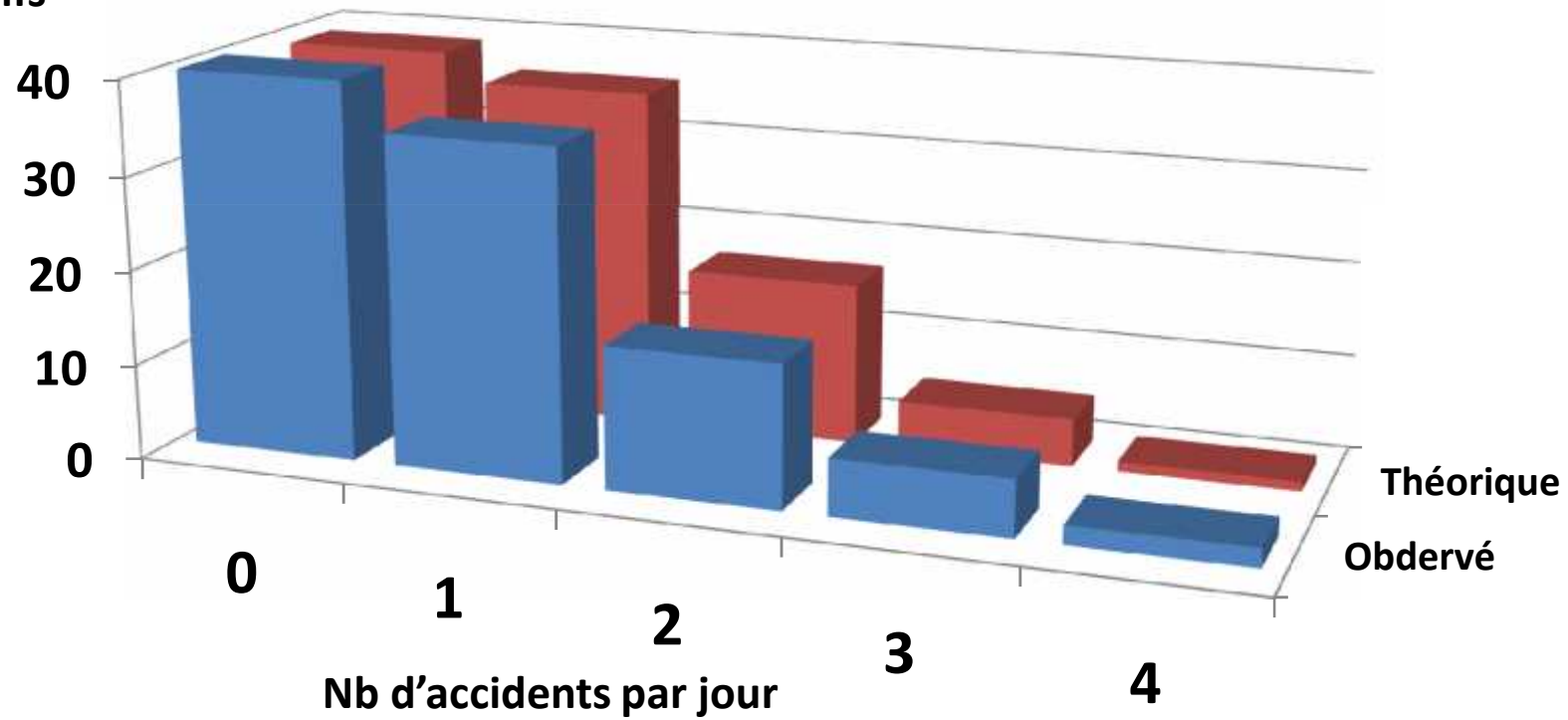
$$\text{Variance} = \frac{40 \times (0 - 0,93)^2 + 35 \times (1 - 0,93)^2 + 15 \times (2 - 0,93)^2 + 6 \times (3 - 0,93)^2 + 2 \times (4 - 0,93)^2}{98}$$

$$\text{Variance} = 0,98$$

Probabilités correspondantes :

- ❖ 0 accidents : 0,3951
- ❖ 1 accident : 0,3669
- ❖ 2 accidents : 0,1703
- ❖ 3 accidents : 0,0527
- ❖ 4 accidents : 0,0122

Effectifs



# 4. APPROXIMATION DE LA BINOMIALE PAR LA LOI DE POISSON

## Conditions :

- $n > 50$
- $p < 10 \%$

**Exemple :** Structure avec le nombre moyen d'accouchement par mois = 1 000

Fréquence des malformations 0,2 %

- Loi binomiale :  $B(1\ 000 ; 0,002)$
- Loi de poisson :  $P(2)$

Probabilité d'observer 4 malformations en un mois = 0,0902

Sur une période de 2 mois :  $P(4)$  et  $B(2\ 000; 0,002)$